

# わかりやすい NURBS 解説

## Comprehensive Introduction to NURBS

金井 仁志

**要約** CADで形状設計を行う際、製品の外郭や表面形状の表現には、直線・円・球面など解析的な式で表わされる図形だけでなく、自由曲線・自由曲面も用いられる。Bezier形式とNURBS形式は自由曲線・自由曲面の代表的な表現形式である。NURBS形式はBezier形式に比べて、煩雑な幾何的処理なしに曲率連続な形状を作成できる優れた性質をもっている。本稿ではNURBS形式で表現される図形の性質について、形状処理の専門知識がなくても分かるよう説明する。

**Abstract** In designing on CAD (Computer Aided Design) systems, we use not only shapes represented by analytical expressions but also free-form curves and free-form surfaces. Bezier and NURBS are typical forms of free-form curves and surfaces. NURBS is better than Bezier because NURBS enables us to create curvature-continuous shapes without complicated geometric operations. In this paper, we describe comprehensive introduction to NURBS to readers who are not experts of geometric processing.

### 1. はじめに

Computer Aided Design (コンピュータ支援設計, 以下CAD) システムは、人の手によって行われていた製品設計作業や製図作業をコンピュータによって支援し、生産効率や設計品質を高める目的で開発されたツールである。

CAD上で形状設計を行う際、円・直線・球面など解析的な式で表される図形以外の曲線・曲面(自由曲線・自由曲面)も用いられる。その基本的な形式の一つとしてBezier(ベジエ)形式が挙げられるが、Bezier形式で滑らかな形状を表現するためには、いくつかの幾何的な条件を満たすように煩雑な形状処理を行う必要がある。この問題の解消には、Bezier形式にはない優れた性質をもつNURBS(ナーブス)形式<sup>\*1</sup>が有用である。

本稿では、高品質な形状を表すのにNURBS形式が役に立つ理由を示すため、NURBS形式とBezier形式それぞれで表現された形状の品質を比較し、それぞれの形式の性質について説明する。2章では、CAD上で曲線・曲面品質を評価する方法として「曲線の曲率プロファイル表示」「曲面のハイライト線表示」を紹介する。3章では、NURBS形式で表現された形状とBezier形式で表現された形状の品質を比較して紹介する。そして4章では、形状の連続性の観点からNURBS形式がBezier形式と比較して優れている点について説明する。

### 2. 形状品質の確認方法

CAD上で作成した曲線・曲面の形状品質を確認する方法として、本章では「曲率プロファイル表示」「ハイライト線表示」という手法を紹介する。これらは曲率や法線をもとにして計算される数値を、色や模様にして表現するという視認性の高い手法である。

## 2.1 曲線品質の可視化

曲線品質の確認には「曲率」が重要な役割を果たす。曲率は曲線の曲がり具合を表す値で、曲線の曲がりがきつい部分ほど曲率が大きく、逆に曲がりが緩やかな部分ほど曲率が小さい。円弧の曲率はその半径の逆数に等しく、直線の曲率は0（まったく曲がっていない状態）となる。

パラメータ  $t$  における曲線  $C$  の曲率は、実数  $\varepsilon > 0$  を用いて曲線上の3点  $C(t-\varepsilon)$ 、 $C(t)$ 、 $C(t+\varepsilon)$  を通る円を考え、 $\varepsilon$  を限りなく0に近づけたときの円の半径の逆数として与えられる（図1）。直線は半径無限大の円と考え、直線の曲率は0（無限大の逆数）とする。実際には曲率は微分計算によって求められるが、厳密な数学的定義は文献<sup>[1]</sup>を参照されたい。

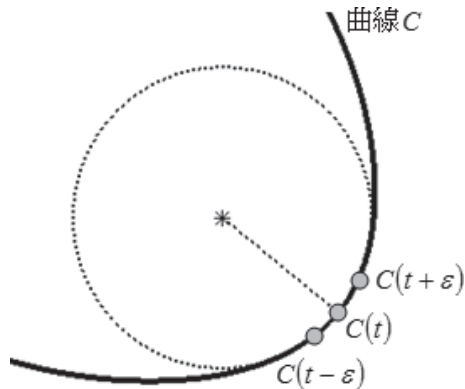


図1 曲線と曲線上の3点を通る円

「曲率プロフィール表示」は、図2のように曲線上の各点での曲率を、曲率の大きさに対応した長さで曲線に対して直交する線分として表示したものである。

曲率は曲線の形状に対して非常に敏感である。図2の二つの曲線の形状はよく似ているが、左の曲線では曲率の棒の先の位置が滑らかに変化しているのに対して、右の曲線ではいびつになっている。意匠的な形状では曲率が滑らかに変化するような曲線がよく利用され、実際自動車のデザインなどには図2左のように曲率が単調に変化する曲線がよく用いられている<sup>[2]</sup>。

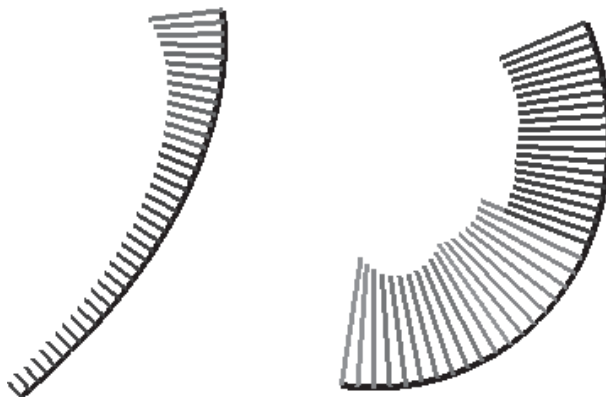


図2 曲線と曲率プロフィール表示

曲率プロファイルは直感的に曲線の品質を確認することができるため、さまざまな CAD でサポートされている可視化手法となっている。CAD 上でデザインした曲線の曲率プロファイルを調べることで、意図しない凹凸があるかどうか確認しやすい。

## 2.2 曲面品質の可視化

曲面は 3 次元的に並んだ複数の曲線を滑らかにつなぐことで作成できる。たとえば図 3 では半円のような曲線を並べてつなぎ、半径が徐々に変化するハーフパイプのような曲面を表現している。

曲面品質を確認する方法の一つは、その曲面を構成して並んでいる曲線品質を確認することである。図 3 右では、それぞれの曲線の曲率プロファイルを表示している。それぞれのプロファイルが良好であれば、その部分で曲面品質も良好であると考えられる。しかし、この方法では曲線並びを通す方向の凹凸を捉えることができないという問題がある。

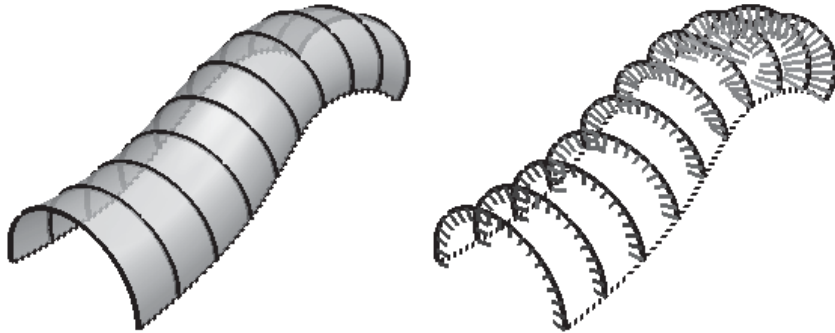


図 3 曲線を滑らかにつないだ曲面とそれぞれの曲率プロファイル

そこで図 4 に示す「ハイライト線表示」が曲面品質を確認するためのよい手段となる。ハイライト線は等輝度線ともいわれ、観察者の目に対し面上の輝度が一定となる点の軌跡として定義される<sup>[2]</sup>。図 4 ではハイライト線を縞模様のように表示させているが、この場合は十分に長い蛍光灯を平行に並べて曲面に光をあてた様子に相当する。自動車のボディのデザインでは実際にクレイモデルに光をあててハイライト線を確認することがあるが、CAD 上ではこれをテクスチャマッピング\*2として表現することができる。



図 4 曲面のハイライト線表示

ハイライト線が描く縞模様は、曲面の折れや凹凸に対して非常に敏感である<sup>[2]</sup>。曲面が折れていればハイライト線が途切れ（図5左）、曲率不連続な曲面ではハイライト線に折れが生じる（図5右）。また、曲率連続であっても曲面の凹凸がハイライト線の密度に影響する。たとえば図6に示した二つの曲面にはハイライト線に大きな差があるが、左の曲面には中央に不自然な凹凸があり、右の曲面はより球面に近い形状となっている。

したがって、ハイライト線の折れや途切れがなく不自然な密度の偏りが少ない場合、曲面は滑らかで凹凸の少ない曲面であると考えられる。曲面品質が直接面上に描画されるため、ハイライト線表示は視認性の高い品質評価方法である。CAD上では視点や光源の位置を変えることで、このような視認性の高い評価を自由に行うことができる。



図5 曲面のハイライト線表示（左：折れのある面，右：曲率不連続の面）

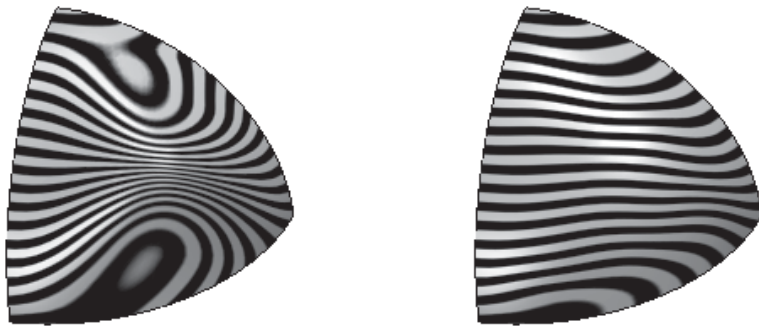


図6 曲面のハイライト線表示（左：凹凸のある面，右：球面に近い面）

### 3. NURBS 形式と Bezier 形式による形状の品質比較

本章では、NURBS 形式で表現された形状と Bezier 形式で表現された形状の品質を比較して紹介する。なお、NURBS 形式と Bezier 形式については次章で詳しく説明する。

#### 3.1 曲線品質の比較－らせん線－

まず曲線品質の比較として「らせん線」のケースを紹介する。らせん線は図7のように円を

一定の速度で持ち上げたような形状で、ねじやばねなどの設計に利用されている。

らせん線は自由曲線として表現されるが、曲率品質の高い曲線を Bezier 形式で表現するには、形状がいくつかの幾何的条件を満たすように煩雑な形状処理を行う必要がある。一方 NURBS 形式を用いると、煩雑な処理なしで自動的に曲率品質の高い曲線を作成できる。

図8にこのような NURBS 形式の性質を活用した例を示す。左は Bezier 形式による表現であり、右は NURBS 形式による表現である。この Bezier 形式による表現は位置や接線を調整するという比較的単純な形状処理のみで作成した形状で、曲率プロファイルに大きな変動がある（グレースケールの揺らぎは曲率の揺らぎを示す）。この変動を抑えるにはさらに煩雑な形状処理が必要になる。一方の NURBS 形式による表現は煩雑な形状処理を行っていないが、曲率プロファイルの変動が抑えられ、曲率品質のよい曲線になっている。

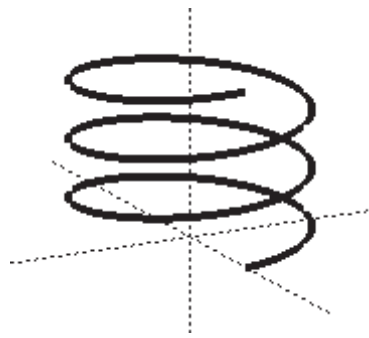


図7 らせん線

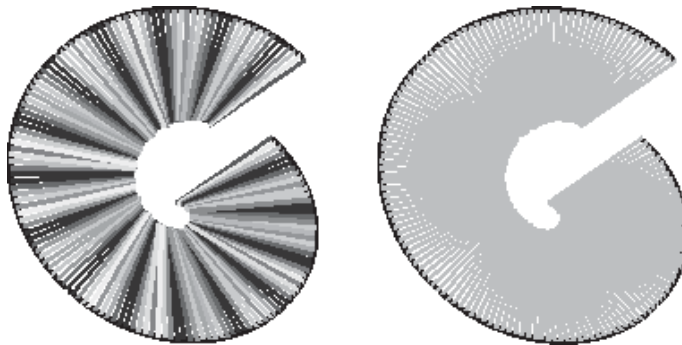


図8 らせん線の曲率プロファイル（左：Bezier形式，右：NURBS形式）

### 3.2 曲面品質の比較－フィレット面－

次に曲面品質の比較として「フィレット面」のケースを紹介する。

フィレット面とは図9のような立体の角部分に丸みをもたせた曲面のことで、品質のよいフィレット面は工業製品のモデリングには欠かせない。しかし立体の角部分は、交差している面数・交差角度・曲面同士の交差など、さまざまな要素が組み合わされているため、高品質なフィレット面を作成するのが難しい。ここでは、NURBS 形式を活用して曲面品質のよいフィレット面を作成できた例を示す。

図10は平面と円柱面が交差している部分のフィレット面であるが、このように浅い角度で

交差している場合はフィレット面が不安定になりやすい。このような場合、曲率品質の高い形状を作成するには多くの幾何的条件を考慮する必要があるが、NURBS形式によって表現すれば曲率連続性に関する条件が自動的に満たされるため、形状作成に有利である。左はBezier形式によるフィレット面、右はNURBS形式によるフィレット面のそれぞれのハイライト線である。NURBS形式による表現のほうがハイライト線の揺らぎが少なく、品質のよい曲面を表現していることが分かる。



図9 一部の角にフィレットをかけた立方体

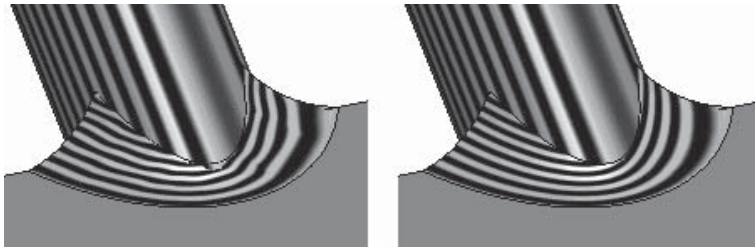


図10 平面と円柱の交差部分のフィレット面 (左:Bezier形式, 右:NURBS形式)

#### 4. NURBS形式の性質

本章では形状の連続性の観点から、NURBS形式がBezier形式と比較して優れている点を説明する\*3。なお本章で説明するNURBS形式の性質は、特にその特殊な形であるB-spline形式としての性質である。

##### 4.1 複数セグメントBezier曲線

$n$ 次Bezier曲線とは、各座標成分がパラメータ $t$ の $n$ 次多項式になっている自由曲線である。 $t$ の多項式は通常 $t^i$  ( $t$ の累乗)を基底関数\*4として「係数 $\times t^i$ の和」の形で表されるが、 $n$ 次Bezier曲線の場合は次のように定義される $n$ 次Bernstein基底関数 $B_{i,n}(t)$ を用いる。

$$B_{i,n}(t) = \frac{n!}{i!(n-i)!} (1-t)^{n-i} t^i \quad (0 \leq i \leq n)$$

Bezier曲線はこの基底関数を用いて次のように表すことができるが、基底関数の係数は $n+1$ 個の点 $P_i (0 \leq i \leq n)$ と捉えることができる。このとき $P_i$ を順に結んで得られる折れ線は曲線の大まかな形を定め、これらの点を動かすとそれに追従して曲線が変形することから、 $P_i$

は制御点 (コントロールポイント, 以下 CP) と呼ばれる. この Bezier 曲線の定義域は  $0 \leq t \leq 1$  であり,  $P_0 = C(0)$  は曲線の始点,  $P_n = C(1)$  は曲線の終点に一致する.

$$C(t) = \begin{pmatrix} \sum_{i=0}^n x_i B_{i,n}(t) \\ \sum_{i=0}^n y_i B_{i,n}(t) \\ \sum_{i=0}^n z_i B_{i,n}(t) \end{pmatrix} = \sum_{i=0}^n \begin{pmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{pmatrix} B_{i,n}(t) = \sum_{i=0}^n B_{i,n}(t) P_i \quad (0 \leq t \leq 1)$$

Bezier 曲線の具体的な例を基底関数との対応とともに図 11 ~ 図 13 に示す. 1 次 Bezier 曲線は  $P_0$  と  $P_1$  を結ぶ線分となり, 2 次 Bezier 曲線は  $P_0$  を始点,  $P_2$  を終点にもち, 頂点が  $P_1$  に引っ張られたような放物線になる. また, 3 次 Bezier 曲線は変曲点 (曲がる向きが逆になる点) を一つもつことができる曲線である. 3 次までの Bernstein 基底関数は次の通りである. 次数が上がると, より複雑な形状を表現できることに注意されたい.

1 次:  $B_{0,1}(t) = 1-t$     $B_{1,1}(t) = t$

2 次:  $B_{0,2}(t) = (1-t)^2$     $B_{1,2}(t) = 2(1-t)t$     $B_{2,2}(t) = t^2$

3 次:  $B_{0,3}(t) = (1-t)^3$     $B_{1,3}(t) = 3(1-t)^2t$     $B_{2,3}(t) = 3(1-t)t^2$     $B_{3,3}(t) = t^3$

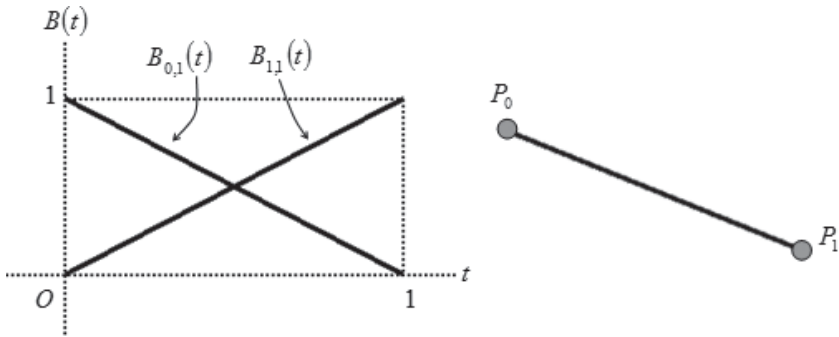


図 11 1 次 Bezier 曲線と基底関数

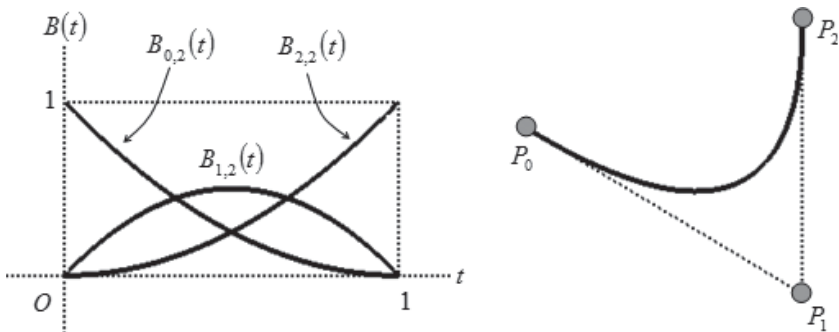


図 12 2 次 Bezier 曲線と基底関数

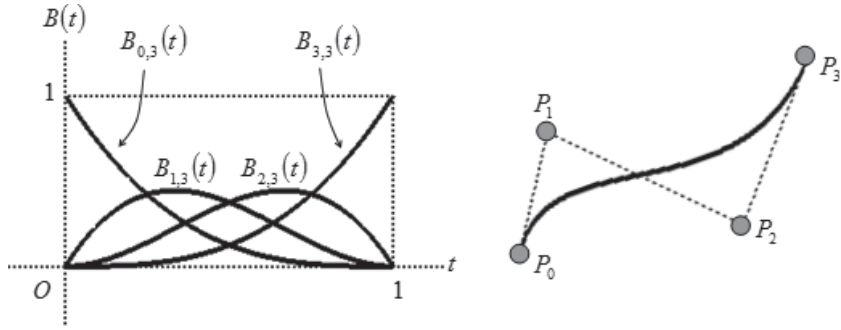


図 13 3次 Bezier 曲線と基底関数

この多項式曲線を  $m$  個つなぎ合わせた区分的多項式曲線を考える。まず、 $t_k < t_{k+1}$  で挟まれたパラメータ区間  $t_k \leq t \leq t_{k+1}$  に対して、変数変換  $\tau = \frac{t-t_k}{t_{k+1}-t_k}$  を用いると、 $0 \leq \tau \leq 1$  であることから  $t_k \leq t \leq t_{k+1}$  を定義域とする次のような  $n$  次 Bezier 曲線を考えることができる。

$$C(t) = \sum_{i=0}^n B_{i,n}(\tau)P_i = \sum_{i=0}^n B_{i,n}\left(\frac{t-t_k}{t_{k+1}-t_k}\right)P_i$$

このように、パラメータ増加列  $t_0 < t_1 < \dots < t_{k-1} < t_k < t_{k+1} < \dots < t_{m-1} < t_m$  で区切られた各区間で定義される  $n$  次 Bezier 曲線（セグメントと呼ぶ）をつなぎ合わせた区分的多項式曲線は  $n$  次  $m$  セグメント Bezier 曲線と呼ばれる。各  $t_k$  では曲線を定義する多項式が変わる（定義域が途切れる）ことからブレイクポイントと呼ばれる（以下 BP）。また、各セグメントの端点をセグメント分割点と呼ぶ。

隣接するセグメントの端点は一致するため、CP を共有させることができる。こうして各セグメントの CP に順に番号をふり、対応する基底関数にも同じ番号をふる。このとき基底関数をそれぞれの定義域外で値 0 をとるように拡張（ $\tilde{B}_{j,n}(t)$  と表現する）すれば、 $n$  次  $m$  セグメント Bezier 曲線は次のように表現できる。図 14 に 3 次 3 セグメント Bezier 曲線の例を拡張した基底関数とともに示す。セグメント分割点は CP に一致することに注意されたい。

$$C(t) = \sum_{j=0}^{nm} \tilde{B}_{j,n}(t)P_j$$

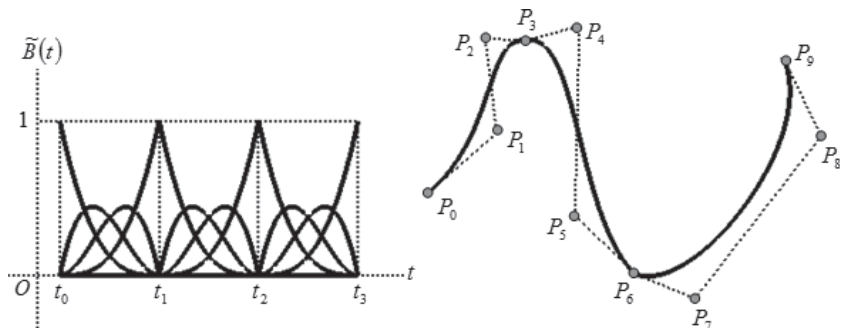


図 14 3次3セグメント Bezier 曲線と拡張した基底関数



複数セグメント Bezier 曲線は、複雑な曲線を表現するために利用される。1 セグメント Bezier 曲線でも次数を上げることで複雑な曲線を表現できるが、CP を移動するとそのセグメント全体の形状が変化してしまうため、曲線の制御が難しくなる (図 15 は 8 次 Bezier 曲線の例)。一方複数セグメント Bezier 曲線では、CP を移動しても対応する基底関数が値をもつセグメントだけが変化するため、曲線の局所的制御をすることができる。図 16 は 3 次 3 セグメントの例である。

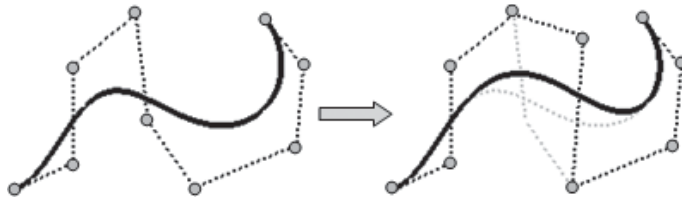


図 15 8 次 Bezier 曲線の変形

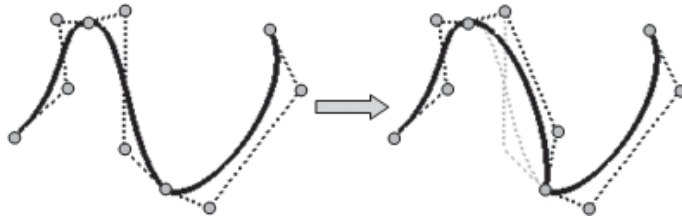


図 16 3 次 3 セグメント Bezier 曲線の変形

#### 4.2 セグメントの接続と NURBS 曲線

次に曲率連続な区分的多項式曲線を考える。ここでは例として 3 次 2 セグメント Bezier 曲線を取り上げる。任意の複数セグメント Bezier 曲線はセグメント分割点で折れてしまうことがあり、この場合曲率不連続である以前に、接線不連続である (図 17)。

そこでまず、これを接線連続にすることを考える。Bezier 曲線の端点での接線は、その端点と隣接する CP との差ベクトルと同じ向きになる<sup>[3]</sup>(図 18 左)。そのため、セグメント分割点  $P_j$  に対して三つの CP  $P_{j-1}$   $P_j$   $P_{j+1}$  を順に一直線上に置くことで、曲線は  $P_j$  で接線連続になる (図 18 右)。

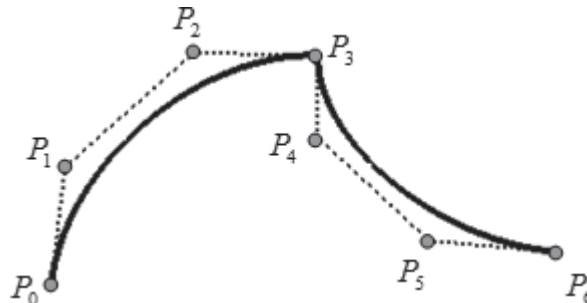


図 17 折れた 3 次 2 セグメント Bezier 曲線

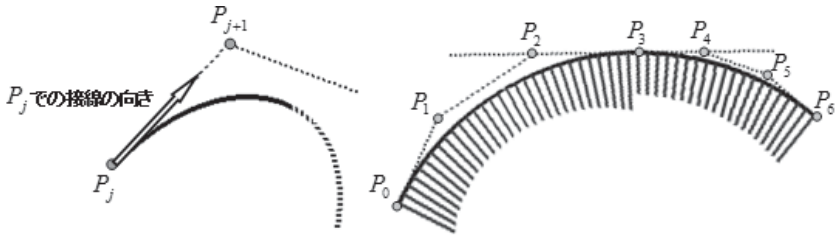


図18 セグメント分割点での接線（左）と、接線連続な3次2セグメントBezier曲線（右）

こうして接線連続な曲線が得られたが、曲率プロファイルの様子からまだ曲率連続性を満たしていないことが分かる。複数セグメントBezier曲線が曲率連続であるためには、さらに厳しい条件が必要になる。

そこで「de Casteljau アルゴリズム」<sup>[3]</sup>を用いてこの条件を考えてみる。これはBezier曲線を任意のパラメータ  $s(0 < s < 1)$  の位置で分割するアルゴリズムである。3次Bezier曲線に適用した例を図19に示す。分割後のCPは元の曲線のCP間を内分しながら逐次的に計算することができる。具体的には次のような手順である。3次Bezier曲線のCPを  $P_i^0(0 \leq i \leq 3)$  とする。まず各CP間をつなぐ線分を  $s:1-s$  の比で内分する点  $P_1^1, P_2^1, P_3^1$  をそれぞれ計算する（第1ステップ）。次に  $P_1^1$  と  $P_2^1, P_2^1$  と  $P_3^1$  をつなぐ線分をそれぞれ  $s:1-s$  の比で内分する点  $P_2^2, P_3^2$  を計算する（第2ステップ）。最後に2点  $P_2^2, P_3^2$  をつなぐ線分を  $s:1-s$  の比で内分する点  $P_3^3$  を計算する（第3ステップ）。

第1ステップ

$$P_1^1 = (1-s)P_0^0 + sP_1^0$$

$$P_2^1 = (1-s)P_1^0 + sP_2^0$$

$$P_3^1 = (1-s)P_2^0 + sP_3^0$$

第2ステップ

$$P_2^2 = (1-s)P_1^1 + sP_2^1$$

$$P_3^2 = (1-s)P_2^1 + sP_3^1$$

第3ステップ

$$P_3^3 = (1-s)P_2^2 + sP_3^2$$

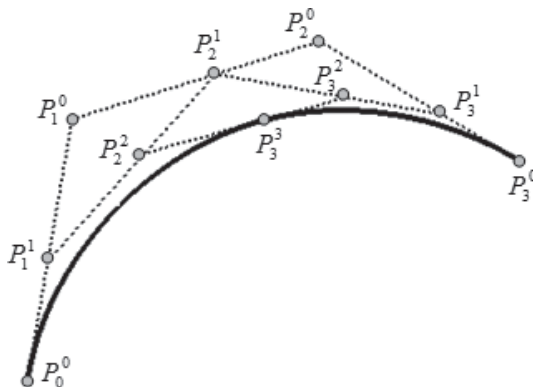


図19 de Casteljau アルゴリズムによる3次Bezier曲線の分割

注目すべきことは、ここでできあがったのが3次2セグメント Bezier 曲線である点である。この曲線の BP  $t_k$  と CP  $P_j$  は次のとおりである。

$$\begin{matrix} \begin{pmatrix} t_0 \\ t_1 \\ t_2 \end{pmatrix} \\ \text{BP} \end{matrix} = \begin{matrix} \begin{pmatrix} 0 \\ s \\ 1 \end{pmatrix} \\ \text{CP} \end{matrix} = \begin{matrix} \begin{pmatrix} P_0 \\ P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \\ P_5 \\ P_6 \end{pmatrix} \\ \text{CP} \end{matrix} = \begin{matrix} \begin{pmatrix} P_0^0 \\ P_1^1 \\ P_2^2 \\ P_3^3 \\ P_3^2 \\ P_3^1 \\ P_3^0 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

分割前の Bezier 曲線が3次多項式であることから曲線全体が曲率連続であるため、セグメント分割点  $P_3 = P_3^3$  でも曲率連続である。(より弱い条件であった接線連続性を満たすことも、 $P_2, P_3, P_4$  が一直線上に並ぶことから分かる。)

このことから、セグメント分割点での曲率連続性は「de Casteljau アルゴリズムの手順を逆にたどることができること」であると予想できる。実際、BP  $t_k$  におけるセグメント分割点  $P_j$  で曲率連続である条件は、三つの CP  $P_{j-1}, P_j, P_{j+1}$  が距離の比  $s:(1-s)$  で一直線に並び、かつ、2点  $P_{j-1}^-, P_{j-1}^+$  が一致することである<sup>\*</sup>。ここで  $s(0 < s < 1)$  は等式  $s:(1-s) = (t_k - t_{k-1}) : (t_{k+1} - t_k)$  を満たす実数であり、 $P_{j-1}^-, P_{j-1}^+$  は次のように外分によって計算できる点である。この様子を図20に示す。左の図では  $P_2^-$  と  $P_2^+$  が一致せず曲率連続でないが、右の図では  $P_2^-$  と  $P_2^+$  が一致し曲率連続になっていることが分かる。この条件は次数に依らない。

$$P_{j-1}^- = \frac{-(1-s)P_{j-2} + P_{j-1}}{1-(1-s)} = P_{j-2} + \frac{1}{s}(P_{j-1} - P_{j-2})$$

$$P_{j-1}^+ = \frac{-sP_{j+2} + P_{j+1}}{1-s} = P_{j+2} + \frac{1}{1-s}(P_{j+1} - P_{j+2})$$

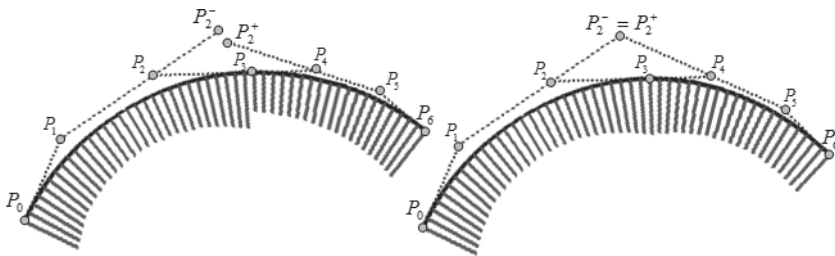


図20 セグメント分割点の曲率連続性

改めて、曲率連続性を満たす3次2セグメント Bezier 曲線の CP と、上記の方法で計算される点を図21に示す。 $P_j(0 \leq j \leq 6)$  は3次2セグメント Bezier 曲線の CP である。3点  $P_2, P_3, P_4$  の位置は点  $Q_2 = P_3^- = P_3^+$  が存在する条件から自然に決まることが分かる。そこで、5点  $Q_0 = P_0, Q_1 = P_1, Q_2 = P_3^- = P_3^+, Q_3 = P_5, Q_4 = P_6$  と、ある関数  $N_{j,3}(t)(0 \leq j \leq 4)$  を用いて次のように新たな曲線を定義することができる。式の形は Bezier 曲線の定義に似ているが、関数  $N_{j,3}(t)$

は Bernstein 基底関数ではない. 図 22 に Bernstein 基底関数と関数  $N_{j,3}(t)$  のグラフを示す.

$$C(t) = \sum_{j=0}^4 N_{j,3}(t)Q_j$$

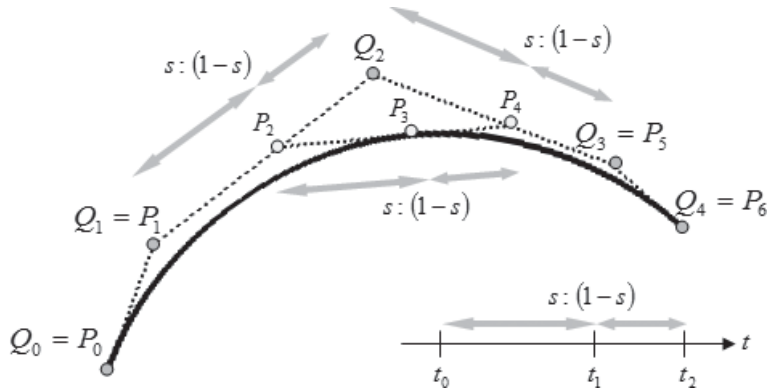


図 21 曲率連続な 3 次 2 セグメント Bezier 曲線

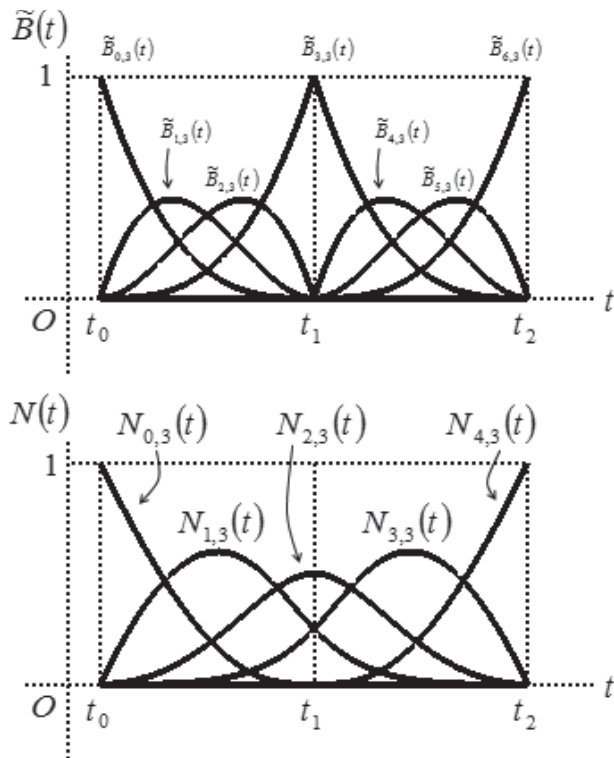


図 22 拡張した Bernstein 基底関数  $\tilde{B}_{j,3}(t)$  と関数  $N_{j,3}(t)$  のグラフ

関数  $N_{j,3}(t)$  は曲率連続性から導いた新たな形式の CP  $Q_j(0 \leq j \leq 4)$  に対応して定まる. このことは逆に「 $N_{j,3}(t)$  が曲率連続性を保証していて, 対応する CP をどのように動かしても曲線が曲率連続になる」と考えることもできる. 図 23 に再度 3 次 2 セグメント Bezier 曲線と点  $Q_j(0 \leq j \leq 4)$  を示す. 図右上のように Bezier 曲線の CP を動かすと曲率プロファイルが崩れるが,

右下図のように  $Q_j$  を動かしても曲率プロファイルは連続のままである。

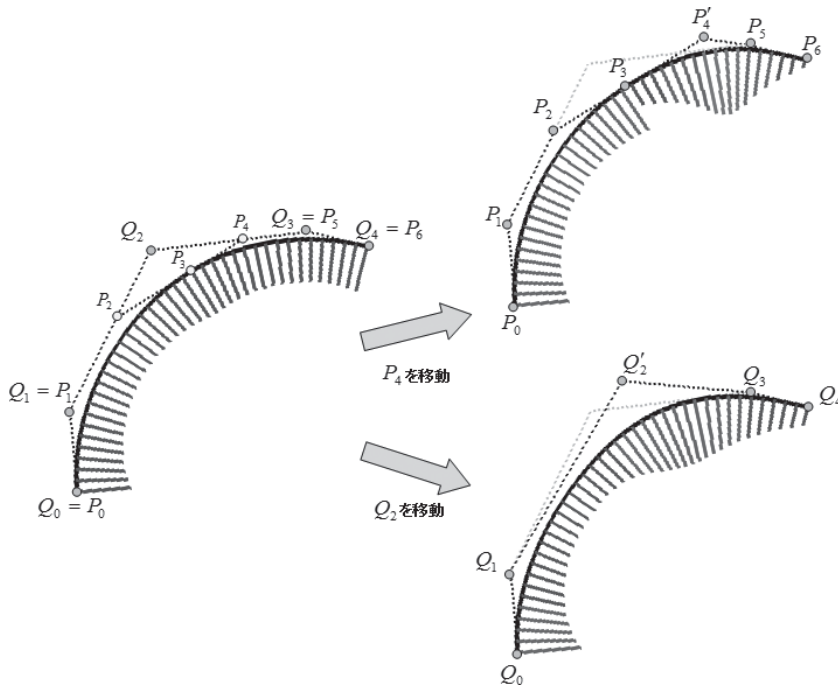


図 23 二つの形式の曲線とその変化

関数  $N_{j,3}(t)$  のように連続性に関する条件を満たす関数を用いて定義されるのが NURBS 曲線である。一般の NURBS 曲線は、与えられた連続性を満たすように構成される基底関数  $N_{j,n}(t)$  の 1 次結合として次のように定義される。それぞれの係数  $Q_j$  は NURBS 曲線の CP である。基底関数の詳細<sup>[3]</sup>については本稿では割愛するが、重要なのは CP をどのように動かしても曲線の連続性が要求されたレベルで保証されることである。複数セグメント Bezier 曲線でも CP を絶妙な位置に配置すれば曲率連続な形状になるが、そのためにはすべてのセグメント分割点で、上記のようにそれぞれ内分比を計算して CP の位置を調整するという煩雑な形状処理が必要になる。一方 NURBS 形式では、CP をどのように配置しても煩雑な形状処理なしに自動的に曲率連続な形状になる。これが複数セグメント Bezier 曲線と比べて NURBS 曲線が優れている点である。

$$C(t) = \sum_{j=0}^K N_{j,n}(t)Q_j$$

また、同様に本稿では詳細な説明<sup>[3]</sup>を割愛するが、二つのパラメータ  $u, v$  を変数とする 2 変数基底関数を用いて Bezier 曲面や NURBS 曲面を定義することができる。CP はいずれも 2 方向に広がった網目状に分布するが、Bezier 曲線と NURBS 曲線の対比と同様に NURBS 曲面も「CP をどのように動かしても連続性が維持される」という性質をもつ。

### 5. おわりに

本稿では、曲線・曲面の品質を評価する可視化方法として曲率プロファイル表示やハイライ

ト線表示を紹介し、NURBS形式の「CPを動かしても連続性が自動的に維持される」という優れた性質について説明した。

この性質を利用すると、煩雑な幾何的処理なしに曲率連続な曲線・曲面を作成できる。日本ユニシス・エクセリューションズ株式会社のCADmeister<sup>\*6</sup>でも、3章で紹介したフィレット面をはじめ、曲線・曲面の曲率品質を高めるためにNURBS形式を活用している。

意匠的な形状の設計では、曲率連続性に加えて曲率の全体的な傾向を制御する必要がある。そのためにはNURBS形式を利用して曲率連続性を保証するだけでなく、さらにCP全体の配置を調整しなければならない。意匠的に美しいとされる曲線が満たしている数式を導き出し、その数式を満たすように形状を表現・変形しようという研究<sup>[4][5]</sup>は、曲率の全体的傾向を制御する方法に関する重要な研究である。

本稿ではNURBS形式がどのようなものかを分かりやすく伝えるために、NURBS形式の数学的な定義よりも、より直感的に捉えやすい図形的性質に重きをおいて説明した。これまで「NURBSは難しい」というイメージを抱いていた方にも、NURBS形式のエッセンスが伝われば幸いである。

- 
- \* 1 NURBS: Non-Uniform Rational B-Spline の略。
  - \* 2 テクスチャマッピング: 3次元CG技術の一つで、3Dモデル表面に質感を表現するためにテクスチャ(画像)を貼り付けること。
  - \* 3 形状表現や形状処理アルゴリズムに関しては参考文献[3]を参考にした。
  - \* 4 基底関数: 基底とは座標軸ベクトルのようなものであり、任意の多項式は「係数×基底関数」の和の形で一意に表すことができる。
  - \* 5 実際にはこの条件は2階微分値の連続性に対応している。
  - \* 6 CADmeisterは日本ユニシス・エクセリューションズ株式会社の登録商標であり、同社が開発した国産3次元統合CAD/CAMシステムである。

- 参考文献**
- [1] 梅原雅顕, 山田光太郎, 「曲線と曲面」, 裳華房, 2002年6月, P12, P46
  - [2] M. Hosaka, “Modeling of Curves and Surfaces in CAD/CAM”, Springer-Verlag, 1992年4月, P92, P159, P310
  - [3] Les Piegl, Wayne Tiller, “The NURBS Book”, Springer, 1996年12月, P9 ~ P124
  - [4] 三浦憲二郎, 「美しい曲線の一般式」, グラフィックスとCAD/Visual Computing 合同シンポジウム2005予稿集, 情報処理学会 グラフィックスとCAD研究会, 2005年6月, P227 ~ P232
  - [5] 吉田典正, 斎藤隆文, 「美しい曲線の全体像解明と対話的制御」, グラフィックスとCAD/Visual Computing 合同シンポジウム2006予稿集, 情報処理学会 グラフィックスとCAD研究会, 2006年6月, P77 ~ P82

**執筆者紹介** 金井仁志 (Hitoshi Kanai)

2009年日本ユニシス・エクセリューションズ(株)入社。自社開発3次元統合CAD/CAMシステムの形状処理機能の開発に従事。2012年4月より理化学研究所客員研究員。

