

アニーリング法を用いた組合せ最適化ソルバーの 開発と印刷予定組への応用

Combinatorial Optimization Solver using Annealing Method and Application to Automatic Production Scheduling in Printing Factory

中 川 修

要 約 デジタル化の進展とともに、企業の生産計画や人員配置、物流の最適化など、膨大な選択肢の中から最適な解を抽出する組合せ最適化技術が注目されるようになってきた。本報告では、アニーリング法を用いて組合せ最適化問題を高速に解くソフトウェアを開発し性能を評価した結果、および印刷予定組への応用事例について紹介する。印刷予定組においては、従来システムと比較し精度を維持しながら約10倍の高速化を達成することができた。

Abstract With the progress of digitization, combinatorial optimization technology that extracts the optimum solution from a huge number of options such as production planning, staffing, and logistic optimization has been attracting attention. In this presentation, we will describe the software developed by us using annealing method and the results of performance evaluation, and introduce an example of application to production scheduling in printing factory. In the production scheduling, we were able to achieve about 10 times faster speed than the conventional system while maintaining accuracy.

1. はじめに

近年、機械学習・AI技術の高度化によって、画像認識や機械翻訳あるいは需要予測など、人間にしかできなかった作業や熟練者にしか成し得なかった作業を機械に代行させることができるようになり、企業活動の生産性向上に大きな貢献をしている。しかし、AIにも限界がある。例えば、工場の生産計画やスケジューリング、人員配置、物流の最適化など、膨大な組合せの選択肢の中から一番良いものを選択したいというニーズは従来から根強く存在するが、AIが得意とする「認識」「理解」「予測」の自動化だけでは解決できない。目標とする指標を最小化（または最大化）するためにはどんな組合せを選択すべきかに答えられる「意思決定」の技術が必要とされる。そこで注目されているのが「組合せ最適化技術」である。しかし、これも解きたい問題によっては、実用的な計算時間内で解くのが難しい場合がまだまだ存在している。

本報告では、このような背景を鑑みて開発した高速組合せ最適化ソルバー「DNP アニーリング・ソフトウェア」の技術内容を概説し、性能評価の結果を示す。さらに、印刷予定組の自動化に応用した事例について紹介する。

2. 従来の技術

組合せ最適化は、オペレーションズリサーチの分野において古くから研究されている技術の一つである。代表的な組合せ最適化問題として「巡回セールスマン問題」がある(図1)。セールスマンが複数ある得意先企業を訪問して回るのだが、すべてを漏れなく訪問するという条件

のもとで、移動距離が最小になる訪問ルートを求めるにはどうすれば良いかというものである。図1で示したように訪問する企業が5箇所しかない場合は、おそらく目視により即時に最適な経路は求まるだろう。しかし、訪問する企業の数が増加するに従い経路の数は膨大になり、単純な全探索アルゴリズムで解くのはほぼ不可能となる。このように最適化したい評価指標が明解に定義されているにも関わらず、選択肢の場合の数が膨大であるために最適解を得ることが困難な問題のことを「組合せ最適化問題」と言う。

巡回セールスマン問題

所要時間（距離）が最小になる経路を求める問題

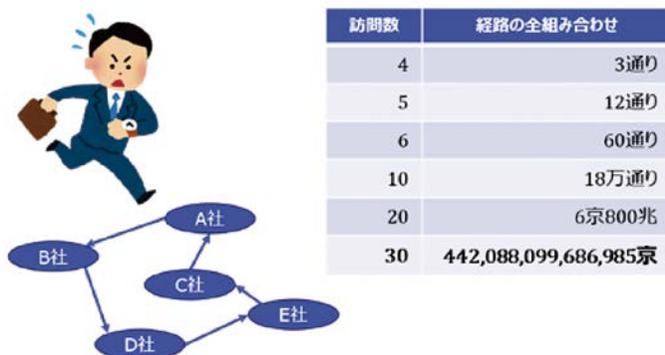


図1 巡回セールスマン問題

その他の代表的な問題として「ナップサック問題」がある。限られた容積のナップサックに異なる大きさの複数の荷物を詰め込む際に、その価値の合計が最大になるように詰め込むためには、どの荷物を選択すれば良いかを求める問題である。

実は、「巡回セールスマン問題」や「ナップサック問題」などよく知られた典型的な組合せ最適化問題については、効率的に解くための手法が存在している場合が多い。しかし、そのような問題パターンに当てはまらない問題も現実には多いため、既知の手法を組み合わせたり、アルゴリズムを改良するなどの工夫はどうしても必要になる。そうした工夫ができた場合でも解を得るための計算時間が非常に長くなり、現実運用が困難な場合もある。

そのため、なるべく幅広い問題に対して、現実的に許容できる近似解を時間をかけずに得たいという要望から、「遺伝的アルゴリズム」や「タブー探索」や「アニーリング法」といった「メタヒューリスティクス手法」^[1]が、これまで各種提案されてきた。

さらに、最近では、量子現象を利用した「量子アニーリングマシン」^[2]という特別な装置で組合せ最適化問題を超高速に解いたり、量子現象に着想を得て開発した専用チップで組合せ最適化問題を解く「疑似量子アニーリングマシン」^{[3][4]}といった製品・サービスも登場している。

3. 開発したソフトウェア

「DNP アニーリング・ソフトウェア」(以下、DNP アニーリング)はアニーリング法を用いた組合せ最適化ソルバーであるが、量子現象も専用チップも使用しない。現在普及しているGPU (Graphics Processing Unit) を搭載したPC上で動作するソフトウェアである。GPUの並列計算機能を利用することで、アニーリング法を高速実行できるようにした。

まず、アニーリング法について説明する。組合せ最適化問題は、

$$x = (x_0, x_1, \dots, x_{N-1})$$

$$(x_i = \{0, 1\}, i = 0, 1, \dots, N-1)$$

というバイナリ変数列に対して一意に定まる目的関数 $E(x)$ を、ある制約条件を満たしながら最小にする x を求める問題である。アニーリングが対象とする問題は目的関数が、

$$E(x) = \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j \geq i}^{N-1} Q_{ij} x_i x_j$$

のような2次式で表現できる問題である（制約条件は通常上式に含ませる形で定式化される）。ここで、 Q_{ij} は解きたい問題に応じて決まる実数値の係数である。アニーリング法においては、まずランダムに決めた初期バイナリ系列を出発点にして、バイナリ系列の要素の中からランダムに選んだ一つを変化（0から1または1から0にフリップ）させたときに目的関数が減少するかどうかで、そのフリップを採用（解を更新）するかどうかを決める。減少した場合文句なくそのフリップは採用となるが、局所解に落ち込むことを避けるため、目的関数の値が増加した場合も一定の確率でそのフリップを採用する（つまり改悪を許容する）。これを繰り返しながら、改悪許容の確率を徐々に下げていくというのがアニーリング法の肝になる。これによって大局的な最適解に近い解が得られやすくなる（図2）。

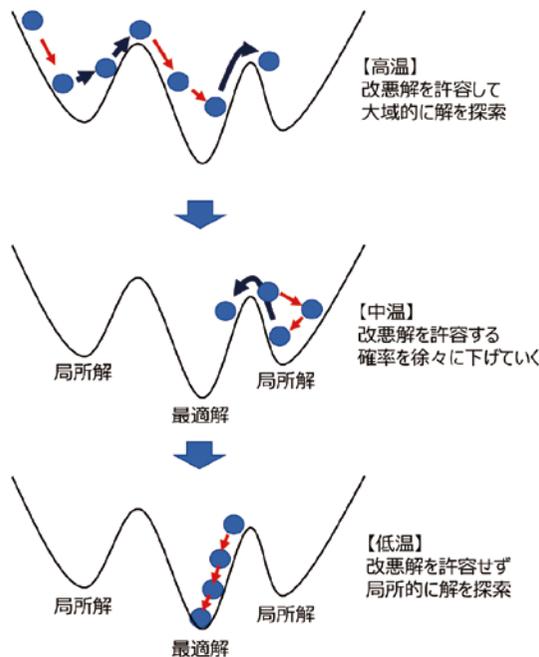


図2 アニーリング法の動作原理

改悪許容の確率が高い初期的な状態においては、解の探索は幅広く行われ、徐々にその確率を下げていくことで、局所解に落ち込まず、より大局的な最適解に近い解を得られやすくなることが図2から直感的にわかる。

DNP アニーリングでは、GPU を利用してこれを並列実行することで高速化を実現している。基本的な考え方は、初期解を最初一つ用意する代わりに複数用意してメモリに記憶しておき、解を更新する際には複数のバイナリ変数を一度にフリップさせて、各々目的関数の値がどうなったかによって、フリップ採用有無を判断する。これを GPU で並列実行するというを行っている。

高速計算以外の特徴としては、シミュレーテッド・アニーリング法^[1]、量子モンテカルロ法^[5]、パラレルテンパリング法^[6]（レプリカ交換法とも呼ばれる）という異なるタイプのアニーリング法を搭載しているということがある。解きたい問題に応じてこの3手法を使い分けながら最適解を求めることができる。また、3手法を同時に用いて一番良い解を最適解として出力することも可能であり、企業が抱える多様な課題に対応することができる。

4. 性能評価

組合せ最適化ソルバーは、アニーリング法に基づくもの以外にも多数存在している。その中でも古くから実績がある有名な数理最適化ソルバーとして Gurobi Optimizer^[7] を取り上げ、性能を比較評価した。また、アニーリング法に基づく製品・サービスとして富士通デジタルアニーラ^[3]（以下 DAU）および東芝 SBM^[4]（以下 SBM）とも比較評価した。各々論文または Web 記事として公表されている値との比較になるため（つまり、各々動作環境が異なるため）、手法同士の正確な評価にはならないが、参考値として記載する。さらに、商用サービスとして利用可能な量子アニーリングマシンである D-Wave システムとの比較も行った。

4.1 数理最適ソルバーとの比較

まず、Gurobi Optimizer との比較評価である。計算させる組合せ最適化問題として、「最大カット問題」を取り上げた。最大カット問題は、重み付きエッジによって互いに結合したノードから成るグラフのエッジをカットして、二つのノードに分離するとき、カットする重みの総和を最大化する問題である。簡単な例を図3に示す。図3左はカットする対象となる5ノードのグラフを表している。例えば、5人の生徒を各々ノードと見立て、仲よし関係をエッジで結合したものをイメージすると、最大カット問題というのは、生徒を二つのグループに分けるときなるべく仲よし同士が同じグループに含まれないようにするには、どういう分け方が良いかという問題と同一視することができる（各エッジの重みはすべて1としている）。図3右に最適なグループ分けを示した。図からわかる通り、仲よし関係のエッジをなるべく多くカット（つまり最大カット）することで、最適なグループ分けが得られる。最大カット問題は、こ



図3 最大カット問題

のように小規模なグラフであれば、ほぼ目視によって最適なグループ分けができるが、グラフの規模が大きくなるに従い急速に解くことが難しくなる問題であり、性能評価に広く使われているため今回採用した。具体的には、最大カット問題のアルゴリズムを評価する目的でスタンフォード大学によって公開されている標準データセット Gset^[8]を使用した。

さて、性能評価の方法である。組合せ最適化ソルバーは通常、計算時間をかければかけるほど、良い解を得る確率が高くなる。そのため、計算時間を横軸にして、最良解 Best Known Solution (BKS) との比率を縦軸にして、両ソルバーが計算時間とともにどのように最良解に近づいていくかを可視化することを行った。DNP アニーリングは、アニーリングのステップ数を多くするに従い計算時間が長くなるとともに最適解を得やすくなるため、アニーリングステップ数を変化させて得たエネルギー値の平均値（試行回数は各々 10 回）から BKS 比を求めプロットした。このとき、3 手法を同時に実行して一番良い解を最適解とするモードで DNP アニーリングを実行した（以下同様）。また、Gurobi Optimizer は計算時間を直接指定して実行することができるため、計算時間を変化させて求めたエネルギー値から BKS 比を求めた（得られたエネルギー値のパラつきはほとんどなかったため、試行回数は各々 1 回とした）。Gset の中の三つのデータ G58, G61, G63 で計測した結果を以下に示す（図 4）（表 1）。

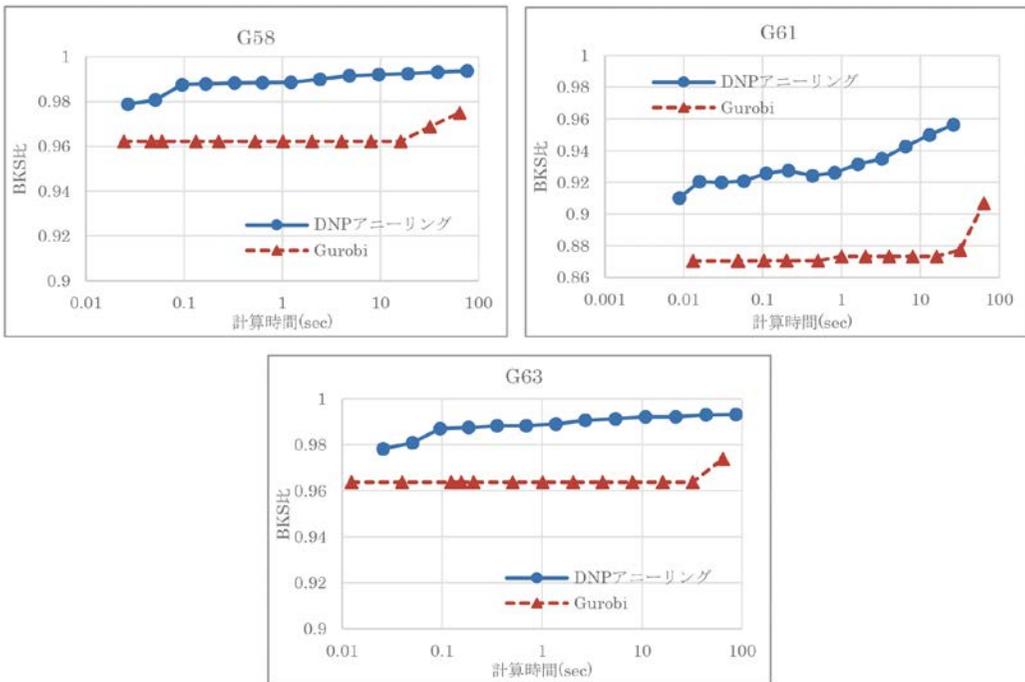


図 4 G58/G61/G63 の結果

表 1 動作環境

CPU	Intel Core i7-8700K @3.7GHz
メモリ	64GB
GPU	NVIDIA 製 (GPU メモリ : 24GB)
OS	Ubuntu 20.04 LTS

3例とも DNP アニーリングの方が短い計算時間でより良い解に到達していることがわかる。Gset に含まれる 69 個のデータすべてについて 10 秒の計算時間内でどちらが良い解に到達したかをカウントしたところ、53 個のデータについては DNP アニーリングの方が良い解に到達し、13 個のデータでは Gurobi の方が良い解に到達した。残り 3 個のデータについては両方とも同様に BKS に到達した。両者の傾向をもう少し詳しく見るために、Gset データの各グラフのノード数ごとに優劣をカウントしたものを表 2 に示す (BKS に到達した 3 例のデータを除く)。ノード数が 800 の場合は、両者の優劣は拮抗しているが、ノード数が 800 を超える場合、DNP アニーリングの方が、(一例を除き) ほぼすべてにおいて優位であった。従来の最適化ソルバーに比べ、比較的大きなサイズの問題に対しても高速に良好な解を得ることができることがわかった。

表 2 Gurobi vs DNP アニーリング

ノード数	データ数	Gurobi 優位	DNP 優位
800	21	12	9
1000	9	0	9
2000	21	0	21
5000	5	0	5
7000	5	0	5
8000	1	0	1
9000	1	0	1
10000	3	1	2
合計	66	13	53

4.2 アニーリング法を用いた他社製品との比較

次に、DAU および SBM との比較結果を以下に示す。Gset を使用した結果の一部が参考文献^{[9][10]}に記載されているため、DNP アニーリングでも同程度の計算時間に相当する結果を取り出し、表 3 にまとめた。

表 3 DAU vs SBM vs DNP アニーリング

ソルバー	計算時間	BKS 比		
		G58	G61	G63
DAU	2 sec	99.86%	99.84%	99.86%
SBM	10 sec	99.81%	99.64%	99.78%
DNP	2 sec	99.03%	92.93%	98.98%
	10 sec	99.18%	94.74%	99.18%

これより、G58 と G63 について、DNP アニーリングは DAU と SBM と同様に 10 秒以内で 99% の精度に到達することができていることがわかる。しかし、G61 に関しては 99% の精度にまで到達できていない。DAU は専用チップであり、SBM については動作環境が不明であるため、この 3 者を同列にして評価することは本来できないのであるが、少なくとも、DAU、

SBMで99%精度に達しているにも関わらずDNPアニーリングではそのレベルにまで到達できていない場合があるということについては、今後の改良に向けた課題と捉えている。

4.3 量子アニーリングマシンとの比較

最後に、量子現象を利用して動作する量子アニーリングマシン D-Wave^[2]と比較した結果を示す。AWSが提供する Amazon Bracket^[11]から D-Wave のマシンを利用することができるため、このサービスを利用して評価した。利用可能な3タイプの量子アニーリングマシン「DW_2000Q_6 (2048量子ビット)」「Advantage_sytem4.1 (5760量子ビット)」「Advantage_system6.1 (5760量子ビット)」のうち最新の「Advantage_system6.1」を利用し、最大カット問題の計算時間と解の精度を計測した。ただし、Gsetのノード数は800~10000程度(=必要な変数の数)となっておりD-Waveで計算できる範囲を超えてしまったため、独自に50ノードおよび100ノードのランダムグラフを、エッジ結合率を30%として作成した。BKSはあらかじめ知られていないため、DNPアニーリングで十分な計算時間をかけて安定的に取得できたエネルギー値をBKSとした(50ノードの場合246, 100ノードの場合918であった)。D-Waveの場合、一度の計算リクエストで何個の解を取得したいか(サンプリング数)を指定できる。サンプリング数を多くするに従い計算時間は増加するがその分最適解を得る確率が高くなる。その特性をグラフにプロットした。具体的には、サンプリング数を10個, 100個, 1000個と変化させて計算を実行しエネルギー値が最大になるサンプルを最適解とするという試行を10回行い、そのエネルギー平均値からBKS比を求めた。DNPアニーリングは前節までと同様の条件で計測してBKS比をプロットした(図5)。

D-Waveは比較的小規模な問題(50ノード)に対しては1ミリ秒程度の非常に短い計算時間で良い解を得ることができるが、少し大きな問題(100ノード)になると0.1秒計算してもBKSには到達しない。それに対して、DNPアニーリングでは100ノード程度の問題であれば、数10ミリ秒程度でBKSに到達することができるということがわかった。D-Waveの場合、すべての量子ビットがハードウェア的に結合されていないため、全結合タイプの問題を解こうとすると、複数量子ビットを一つの論理的な量子ビットに見立ててモデルを構築しないといけないため、どうしてもその分の誤差が発生してしまうという状況が、この結果に反映されていると考えられる。一方のDNPアニーリングはソフトウェア的に変数間の結合を表現しているため、D-Waveのように論理ビットを構築するというテクニックを要しないという優位性があり、それが評価結果として表れている。

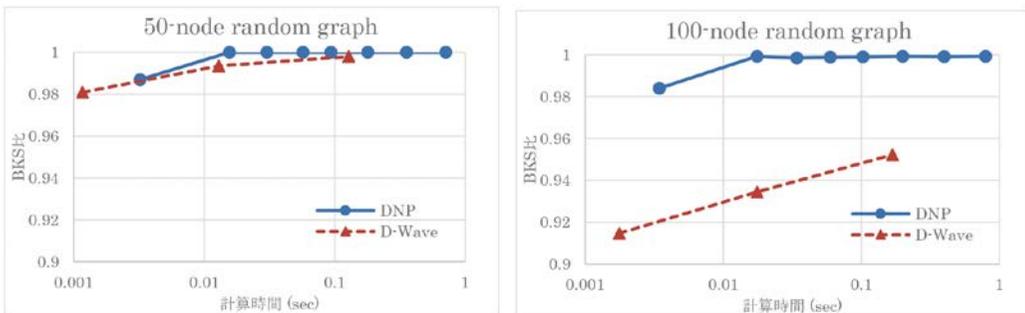


図5 D-Wave vs DNP アニーリング

5. 印刷予定組への応用

印刷工場の生産スケジューリング（予定組）は、従来熟練者による手間のかかる作業によって作成されており、情報技術による自動化が望まれていた。どのような問題を解きたいのかを模式的に図6に示す。「品目」は出版印刷の場合、例えば一つの書籍または雑誌のような単位である。それを丸ごと一気に印刷することができないため、複数ページごとに分割して印刷機にかけることになる。その単位を「台」と呼んでいる。この「台」ごとに適切な時間（開始時間・終了時間）と印刷機を割り当てるのだが、品目ごとに印刷開始できる時間や印刷完了してはいけない時間が決まっており、また品目ごとに印刷可能な機械が決まっている。そういった制約のもとで、なるべく空き時間がないように台をスケジューリングしたい。これが解きたい組合せ最適化問題である。

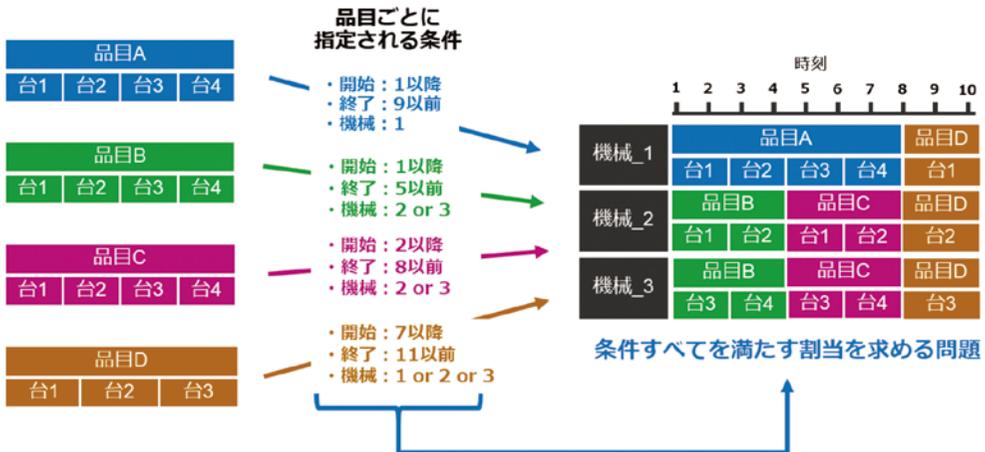


図6 組合せ最適化問題としての印刷予定組

著者が所属する大日本印刷株式会社では、この自動化実現のため、既存の組合せ最適化ソルバー（SATソルバー）を用いた自動予定組システムを独自に開発しており、熟練者による評価の結果、十分に実運用可能なレベルの予定組が自動作成できるようになっている。しかし、一度の予定組に数時間もの計算時間が必要であり、急な予定変更があった場合、すぐに対応できなという課題があった。

そこで、DNPアニーリング・ソフトウェアを用いて自動予定組システムを構築し、従来システムとの比較評価を行った。ターゲットとした生産現場は、印刷機十数台で月間2000～3000程度の印刷タスク（台）を実行している現場である。その1ヶ月の予定組を1時間以内の計算時間で自動化できることを目標とした。生産スケジューリングは、組合せ最適化問題の数ある典型問題のうちの一つである「ジョブショップスケジューリング問題」で記述され、アニーリング法で解くための定式化も知られているため^[12]、これをベースに定式化を行った。ただし、解くべき問題サイズ＝バイナリ変数の数が数万個のレベルを超え、一度のアニーリングで解くことができないため、問題を分割し各分割問題をアニーリングで解いて統合するという処理を繰り返し実行する方針とした。また、継続して同じ印刷機で実行した方が良い印刷タスク同士はなるべく隣接させるような制約も考慮した。

その結果、従来の最適化ソルバーによる予定組と遜色のない精度で予定組作成ができるようになり、計算時間も8時間25分から51分となり約9.9倍の高速化が実現できた(図7)。

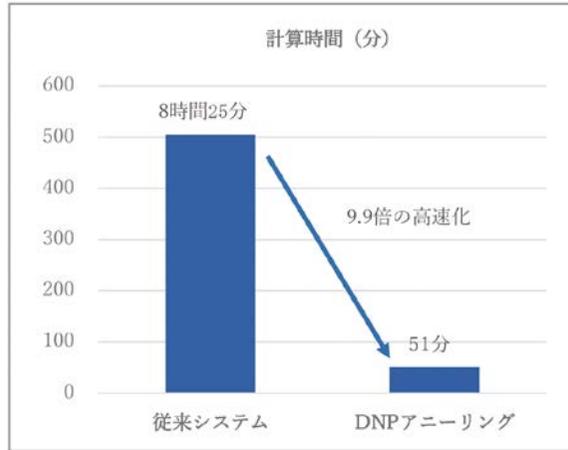


図7 印刷予定組の計算時間

6. おわりに

GPUを利用することで、アニーリング法を用いた組合せ最適化ソルバーの高速化を実現した。Gurobi Optimizerと比較して、大きなサイズの問題に対してより高速により精度良く最適解を得られることがわかった。また、アニーリング法に基づく他のソルバーと比較し同等レベルの解を得ることができるが、そのレベルに至らない場合もあり、精度向上に向けた技術改良は今後の課題である。量子アニーリングマシンと比較した結果、解ける問題の規模や精度の面でDNPアニーリング・ソフトウェアの方が現状では優位であることがわかった。予定組の自動化に応用したところ、従来の自動化システムに比べて、精度を維持しながら約10倍の高速化を達成することができた。

今後、解探索の精度面等の改良を継続することと並行して、印刷予定組以外の物流・交通分野、素材・材料開発の分野などへの適用実績を積み上げながら、ビジネス領域の探索を進め、さらなる事業拡大を目指したい。

参考文献 [1] 梅谷俊治, 「しっかり学ぶ数理最適化」, 講談社, 2020年10月, P294~312
 [2] D-Wave Systems, <https://www.dwavesys.com/>
 [3] デジタルアニーラ, 富士通(株), <https://www.fujitsu.com/jp/digitalannealer/superiority/>
 [4] SQBM+(SBM), 東芝デジタルソリューションズ(株), <https://www.global.toshiba/jp/products-solutions/ai-iot/sbm.html>
 [5] 西森秀稔, 大関真之, 「量子アニーリングの基礎」, 共立出版, 2018年5月, P88~91
 [6] レプリカ交換法, フリー百科事典 ウィキペディア日本語版, 2022年10月6日11時(日本時間) 現在での最新版を取得, <https://ja.wikipedia.org/wiki/%E3%83%AC%E3%83%97%E3%83%AA%E3%82%AB%E4%BA%A4%E6%8F%9B%E6%B3%95>
 [7] Gurobi Optimizer: ソルバーエンジン, (株)オクトーバー・スカイ, <https://www.octoberky.jp/products/gurobi>

- [8] Index of /~yyye/yyye/Gset, Stanford University,
<http://web.stanford.edu/~yyye/yyye/Gset/>
- [9] 竹本, 松原, 渡部, 島田, 栗田, 田村, 「組合せ最適化問題を高速に解く「デジタルアニーラ」技術と製造・材料科学への応用」, 電子情報通信学会論文誌 C, Vol.J104-C No.4, 2021 年, P101 ~ 109
- [10] 「東芝シミュレーテッド分岐マシン (SBM) による最大カット問題のベンチマーク」, FixstarsTechBlog, (株)フィックスターズ, 2019 年 9 月,
<https://proc-cpuinfo.fixstars.com/2019/09/sbm/>
- [11] Amazon Braket, Amazon Web Services, Inc., <https://aws.amazon.com/jp/braket/>
- [12] Davide Venturelli, Dominic J. J. Marchand, Galo Rojo, “Quantum Annealing Implementation of Job-Shop Scheduling”, arXiv:1506.08479, 2016

※ 上記参考文献に含まれる URL のリンク先は, 2022 年 10 月 6 日現在の存在を確認。

執筆者紹介 中 川 修 (Osamu Nakagawa)

1989 年大日本印刷(株)へ入社。印刷画像のデータ圧縮技術, 印刷画像の色修正技術, 画像の著作権保護技術, 自然言語処理技術を利用した SNS 分析技術, コミュニケーションロボットの技術開発などの研究開発に従事した後, 2018 年より, 組合せ最適化技術の調査および開発に従事。

